

THERMODYNAMIQUE. SMA-SMPC.S1. Corrigé du T.D. N°2

Exercice 1 : questions de cours:

- a) Par définition le travail élémentaire d'une force \vec{F} qui déplace son point d'application de $\vec{d\ell}$ est :

$$\delta W = \vec{F} \cdot \vec{d\ell}.$$

Remarque : l'unité du travail est le joule (J).

La pression P a les dimensions d'une force que divise une surface: $[P] = \frac{[F]}{[S]}$

Le volume V a les dimensions d'une surface que multiplie une longueur: $[V] = [S] \cdot [L]$

Donc $[P \cdot \Delta V] = \frac{[F]}{[S]} \cdot [S] \cdot [L] = [F] \cdot [L]$

Or $[F] = N = Kg \cdot m/s^2$ comme le Joule c'est la force par la distance c-à-d: $Kg \cdot m^2/s^2$, donc le produit $P \cdot \Delta V$ a bien les dimensions d'un travail.

- b) Unité de la chaleur Q : le Joule (J) ; Unité de la température T : le Kelvin (K).

Remarque : la relation entre l'échelle Kelvin et l'échelle Celsius s'écrit : $T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273$

- c) L'expression de la quantité de chaleur élémentaire:

$$\delta Q = C_V dT + \ell dV \quad (1)$$

$$\delta Q = C_P dT + h dP \quad (2)$$

$$\delta Q = \lambda dP + \mu dV \quad (3)$$

- d) Oui, on peut apporter de la chaleur à un système sans changer sa température : cela se produit pendant les changements de phase. L'apport de chaleur peut changer soit le volume soit la pression soit les deux.

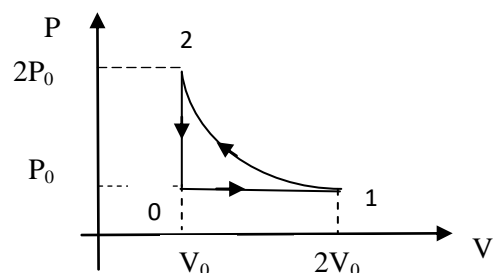
- e) Pas d'apport de chaleur c'est dire $\delta Q = 0$, donc d'après (1) et (2):

$$C_V dT + \ell dV = 0 \Rightarrow C_V dT = -\ell dV \Rightarrow dT = -\frac{\ell}{C_V} dV \quad (4)$$

$$C_P dT + h dP = 0 \Rightarrow C_P dT = -h dP \Rightarrow dT = -\frac{h}{C_P} dP \quad (5)$$

On voit bien que T varie avec V ou avec P, relations (4) et (5) ; (*compression ou détente adiabatiques*).

Exercice 2: 1) Représentation du cycle (échelle arbitraire)



2) A partir de l'équation d'état d'un gaz parfait, on montre facilement que la compression isotherme s'effectue à $T = 2T_0$, et que la pression maximale atteinte $P = 2P_0$.

$$3) W_{01} = -P_0 \Delta V_0 = -P_0 \cdot V_0 = -2,8 \cdot 10^3 \text{ J} ; Q_{01} = \frac{\gamma}{\gamma-1} P_0 V_0 = 9,8 \cdot 10^3 \text{ J}$$

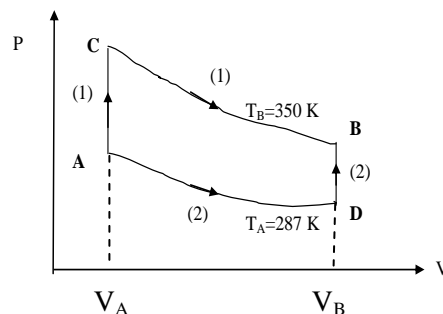
$$W_{12} = 2 P_0 V_0 \ln 2 = 3,9 \cdot 10^3 \text{ J} ; Q_{12} = -2 P_0 V_0 \ln 2 = -3,9 \cdot 10^3 \text{ J} ;$$

$$W_{20} = 0 \text{ et } Q_{20} = -\frac{1}{\gamma-1} P_0 V_0 = -7 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$4) \text{ On vérifie facilement que } \Delta U_{\text{cycle}} = W_{01} + W_{12} + W_{20} + Q_{01} + Q_{12} + Q_{20} = 0$$

Exercice 3 :

1) Représentation des transformations dans le diagramme de Clapeyron (P, V) :



1^{er} chemin : expression du travail W_{ACB} échangé par le gaz :

$$W_{ACB} = W_{AC} + W_{CB} = 0 + \int_C^B -P dV = \int_{V_C}^{V_B} -nRT_B \frac{dV}{V} = -nRT_B \ln \frac{V_B}{V_C} .$$

$$\text{A.N : } W_{ACB} = -0,5 \times 8,32 \times 350 \times \ln\left(\frac{20}{5}\right) = -2018,5 \text{ J.}$$

Expression de la quantité de chaleur Q_{ACB} échangé par le gaz :

$$Q_{ACB} = Q_{AC} + Q_{CB}$$

Les quantités de chaleur échangées peuvent être calculées de deux méthodes:

1^{ère} méthode : Calcul direct de Q en intégrant l'expression de $\delta Q = C_V dT + \ell dV$ avec $\ell = P$ pour un gaz parfait.

$$Q_{AC} = \int_{T_A}^{T_C} C_V dT = C_V (T_C - T_A) \quad \text{car } dV = 0.$$

$$\text{Et } Q_{CB} = \int_{V_C}^{V_B} P dV = nRT_B \int_{V_C}^{V_B} \frac{dV}{V} = nRT_B \ln \frac{V_B}{V_C} = -W_{CB} \quad \text{car } dT = 0$$

$$\text{On obtient : } Q_{ACB} = Q_{AC} + Q_{CB} = C_V (T_C - T_A) + nRT_B \ln \frac{V_B}{V_C}$$

Exprimons la capacité calorifique C_V (J.K^{-1}) en fonction des données du problème n, γ et R. Tout calcul fait, on trouve : $C_V = \frac{nR}{\gamma-1} = 10,4 \text{ J.K}^{-1}$

$$\text{Soit : } Q_{ACB} = Q_{AC} + Q_{CB} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - T_A) + nRT_B \ln \frac{V_C}{V_B}$$

2^{ème} méthode: utiliser l'expression de W_{CB} déjà calculée.

On utilise la 1^{ère} loi de Joule et le 1^{er} principe de la thermodynamique $\Delta U = C_V \Delta T = Q + W$

La transformation AC est isochore : $\Delta U_{AC} = C_V (T_C - T_A) = Q_{AC} + W_{AC} = Q_{AC}$ car $W_{AC} = 0$

La transformation CB est isotherme : $\Delta U_{CB} = C_V (T_B - T_C) = Q_{CB} + W_{CB} = 0$ car $T_B = T_C$

D'où : $Q_{CB} = -W_{CB} = nRT_B \ln \frac{V_B}{V_C}$

On retrouve donc le même résultat.

AN : $Q_{ACB} = 655.2 + 2018.5 = 2673.7 \text{ J}$ et $\Delta U_{ACB} = W_{ACB} + Q_{ACB} = -2018.5 + 2673.7 = 655.2 \text{ J}$

2^{ème} chemin : Travail W_{ADB} et quantité de chaleur Q_{ADB} échangés par le gaz : on applique la même démarche que pour le 1^{er} chemin :

$$W_{ADB} = W_{AD} + W_{DB} = \int_A^D -P dV + 0 = \int_A^D -nRT_A \frac{dV}{V} = -nRT_A \ln \frac{V_D}{V_A}$$

AN : $V_D = V_B \Rightarrow W_{ADB} = -0,5 \times 8,32 \times 287 \times \ln \left(\frac{20}{5} \right) = -1655 \text{ J}$.

$$Q_{ADB} = Q_{AD} + Q_{DB}$$

La transformation AD est isotherme : $\Delta U_{AD} = C_V (T_D - T_A) = Q_{AD} + W_{AD} = 0 \Rightarrow Q_{AD} = -W_{AD}$

La transformation DB est isochore : $\Delta U_{DB} = C_V (T_B - T_D) = Q_{DB} + W_{DB} = Q_{DB}$ car $W_{DB} = 0$

$$Q_{DB} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_B - T_D) \text{ et } Q_{ADB} = Q_{AD} + Q_{DB} = nRT_A \ln \frac{V_D}{V_A} + \frac{nR}{\gamma-1} (T_B - T_D)$$

AN : $Q_{ADB} = Q_{AD} + Q_{DB} = 1655 + 655.2 = 2310.2 \text{ J}$

$$\Delta U_{ADB} = W_{ADB} + Q_{ADB} = -1655 + 2310.2 = 655.2 \text{ J}$$

On remarque que : $W_{ACB} \neq W_{ADB}$; $Q_{ACB} \neq Q_{ADB}$ mais $\Delta U_{ACB} = \Delta U_{ADB}$

Conclusion : le travail et la quantité de chaleur dépendent du chemin suivi mais pas la variation de l'énergie interne. Seule l'énergie interne est une fonction d'état,

Exercice 4:

1.1. : transformation adiabatique réversible

1.2. : Volume $P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \Rightarrow V_2 = V_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$, $V_2 = 5.7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$

Température: $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$ soit : $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ $T_2 = 410.6 \text{ K}$

Energie interne: $\Delta U = C_V (T_2 - T_1) = \frac{nR}{\gamma-1} (T_2 - T_1) = \frac{P_1 V_1}{T_1 (\gamma-1)}$; $\Delta U = 28.8 \text{ kJ}$

Travail: $\Delta U = W$ car $Q = 0$ (adiabatique) $W = 28.8 \text{ kJ}$

2.1. Transformation irréversible à température extérieure constante

2.2. Justification de $P_3 = P_2$

- la pression extérieure n'est pas modifiée par la suppression de l'isolation thermique.
- la pression extérieure reste constante au cours de la transformation et à la fin nous avons un équilibre mécanique $P_3 = P_2$.

Température: équilibre thermique: $T_3 = T_0 = 300 \text{ K}$

Volume: $P_3 V_3 = P_1 V_1$ car $T_3 = T_0 = T_1 = 300 \text{ K}$, $V_3 = \frac{P_1 V_1}{P_3}$; $V_3 = 4.17 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$

2.3. Energie interne

$$\Delta U = C_v (T_3 - T_2) = C_v (T_0 - T_2) = C_v (T_1 - T_2)$$

$$\Delta U = -C_v (T_2 - T_1) \quad \text{opposée à celle de 1-2}$$

$$\Delta U = -28.8 \text{ kJ}$$

Exercice 5:

1. La combustion du gaz libère de l'énergie sous forme de chaleur au niveau du réchaud.
2. Le passage de l'état solide à l'état liquide de l'eau s'appelle *la fusion*.
3. La quantité de chaleur pour élever la température de la glace est :

$$\begin{aligned} Q_1 &= m \cdot c_g (\theta_f - \theta_i) = 5 \cdot 2100 \cdot [0 - (-18)] \\ &= 189\,000 \text{ J} = 189 \text{ kJ} \end{aligned}$$

La quantité de chaleur pour faire fondre la glace à 0°C est: $Q_2 = 5 \cdot 335 = 1675 \text{ kJ}$

La quantité de chaleur pour élever la température de l'eau est : $Q_3 = 5 \cdot 4180 \cdot (40 - 0) = 836 \text{ kJ}$.

Remarque : l'étape qui correspond au changement de phase, la fonte de la glace, nécessite le plus d'énergie ($Q_2 = 1675 \text{ kJ}$).